Chapitre 14

GENIE ELECTRONIQUE

Equations logiques – Algèbre – Tables de vérité

EXERCICES

Feuille n°1

CORRECTION

Note : *En plus des fiches 2 et 3 de la section « Génie Electronique » sur lesquelles portent les exercices, vous devrez utiliser aussi la fiche « Mathématiques appliquées >> Algèbre de Boole ».*

EXERCICE 1 *fiche « Mathématiques appliquées >> Algèbre de Boole »*

a) Rappeler le nombre d'états que peut prendre une variable logique.

Une variable logique ne peut pendre que deux états ; on parle d'états logiques, représentés à l'aide des chiffres 0 et 1.

b) Soit a et b deux variables logiques ; combien de combinaisons possibles peut-on envisager ?

Le nombre de combinaisons de 2 variables logiques est 4 ; on peut avoir 00, 01, 10 ou 11 (soit 4 possibilités)

c) Soit M une sortie logique dépendant de n variables d'entrées ; calculer le nombre de lignes N que contiendra la table de vérité pour $n=3$, $n=4$, $n=6$ et $n=10$.

C'est comme le b), mais avec 3, 4, 6 et 10 variables. Il faut avoir en tête la formule donnant le nombre de combinaisons possibles N avec n variables : $N=2^n$

$n=3 \quad \Rightarrow \quad N=2^3=8$ $\qquad\qquad n=4 \quad \Rightarrow \quad N=2^4=16$

$n=6 \quad \Rightarrow \quad N=2^6=64$ $\qquad\qquad n=10 \quad \Rightarrow \quad N=2^{10}=1024$

d) Soit a et b deux variables logiques. Barrer les tables de vérité qui sont mal construites :

a	b	sortie
0	0	*Ne pas compléter*
0	1	
1	0	
1	1	

TABLE DE VERITE 1

a	b	sortie
0	0	*Ne pas compléter*
1	1	
1	0	
1	1	

TABLE DE VERITE 2

a	b	sortie
0	0	*Ne pas compléter*
1	1	
1	0	
0	1	

TABLE DE VERITE 3

a	b	sortie
0	0	*Ne pas compléter*
1	0	
0	1	
1	1	

TABLE DE VERITE 4

La TDV 2 ne va pas car elle ne contient pas la combinaison « 01 » (et deux fois la « 11 »).
Les TDV 3 et 4 contiennent toutes les combinaisons ; elles sont donc justes mais l'ordonnancement des lignes ne présente pas vraiment de logiques (=> juste mais pas génial).

EXERCICE 2

On considère une sortie logique S dont l'état dépend des variables logiques a, b et c. Le cahier des charges préconise les conditions de fonctionnement suivantes : la sortie S vaut 1 si l'une ou l'autre des conditions suivantes est vérifiée : $[a=1 \text{ et } b=1]$ $[a=1 \text{ et } c=1]$.

a) Compléter la partie « Entrées » de la table de vérité ci-contre en respectant la logique qui a été amorcée. Attention, il y a plus de lignes que nécessaire.

b) Compléter la partie « Sortie » de la table de vérité ci-contre en prenant en compte les conditions de fonctionnement énoncées par le cahier des charges.

c) Partant de la table de vérité, écrire l'équation logique de la sortie S en fonction des entrées a, b et c.

$$S = a \cdot b + a \cdot c$$

Entrées			Sortie
a	b	c	S
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

d) Simplifier l'équation logique à l'aide des propriétés algébriques (voir « Algèbre de Boole » dans la section « Mathématiques appliquées »).

Il suffit de voir qu'on mettre la variable a en facteur : $S = a \cdot (b + c)$

EXERCICE 3

On se propose de vérifier le théorème de De Morgan : $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$.

Pour se faire, on utilise le fait que deux équations logiques sont identiques si leur tables de vérité respective le sont aussi (identiques). On va donc construire la table de vérité du membre de gauche $G = \overline{a \cdot b}$, puis celle du membre de droite $D = \overline{a} + \overline{b}$ et vérifier si elles sont bien identique, c'est-à-dire si $G = D$ ...

Membre de gauche			
a	b	$a \cdot b$	$G = \overline{a \cdot b}$
0	0	**0**	***1***
0	1	**0**	**1**
1	0	**0**	**1**
1	1	**1**	**0**

Membre de droite				
a	b	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$D = \overline{a} + \overline{b}$
0	0	**1**	**1**	***1***
0	1	**1**	**0**	**1**
1	0	**0**	**1**	**1**
1	1	**0**	**0**	**0**

Conclusion :

le théorème $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$ est **vérifié car les TDV sont identiques**

Voir la fonction « NON », fiche 2…

Voir la fonction « ET », fiche 2…

Voir la fonction « OU », fiche 2…

EXERCICE 4

Idem que l'exercice 3 avec l'autre identité de De Morgan : $\overline{a+b}=\bar{a}\cdot\bar{b}$.

Membre de gauche			
a	b	$a+b$	$G=\overline{a+b}$
0	0	**0**	***1***
0	1	**1**	**0**
1	0	**1**	**0**
1	1	**1**	**0**

Membre de droite				
a	b	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$D=\bar{a}\cdot\bar{b}$
0	0	**1**	**1**	***1***
0	1	**1**	**0**	**0**
1	0	**0**	**1**	**0**
1	1	**0**	**0**	**0**

Conclusion :

le théorème $\overline{a+b}=\bar{a}\cdot\bar{b}$ est **vérifié car les TDV sont identiques**

EXERCICE 5

Simplifier les équations logiques suivantes (méthode algébrique) :

$$S_1 = a\cdot b\cdot c + a\cdot b\cdot d = a\cdot b\cdot(c+d)$$

$$S_2 = a\cdot b + a\cdot\bar{b} = a\cdot(b+\bar{b}) = a\cdot 1 = a$$

$$S_3 = a\cdot b\cdot c + a\cdot b\cdot\bar{c} = a\cdot b\cdot(c+\bar{c}) = a\cdot b\cdot 1 = a\cdot b$$

$$S_4 = a\cdot b + a\cdot b = a\cdot b\cdot(1+1) = a\cdot b\cdot 1 = a\cdot b$$

$$\begin{aligned}
S_5 &= a\cdot b\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot b\cdot\bar{c}\\
&= a\cdot b\cdot(c+\bar{c}) + a\cdot\bar{b}\cdot(c+\bar{c})\\
&= a\cdot b\cdot(1) + a\cdot\bar{b}\cdot(1)\\
&= a\cdot b + a\cdot\bar{b}\\
&= a\cdot(b\cdot\bar{b})
\end{aligned}$$

$$S_5 = a$$